

8.1 Arbeid

Opgave 1

Een kracht verricht positieve arbeid als er een verplaatsing is in de richting van de kracht.

Een kracht verricht negatieve arbeid als er een verplaatsing is in de richting tegengesteld aan die van de kracht.

Een kracht verricht geen arbeid als de richting van de verplaatsing loodrecht staat op de richting van de kracht.

Zie tabel 8.1.

vraag	kracht	arbeid
a	spierkracht zwaartekracht luchtweerstandskracht	positief negatief negatief
b	zwaartekracht normaalkracht	nul nul
c	zwaartekracht luchtweerstandskracht	positief negatief
d	zwaartekracht luchtweerstandskracht rolweerstandskracht	nul negatief negatief
e	zwaartekracht motorkracht luchtweerstandskracht rolweerstandskracht	nul positief negatief negatief
f	spierkracht	positief

Tabel 8.1

Opgave 2

- a De arbeid die de rolweerstandskracht verricht, bereken je met de grootte van de rolweerstandskracht en de verplaatsing.

$$W_{\text{rol}} = -F_{\text{rol}} \cdot s$$

$$F_{\text{rol}} = 0,40 \cdot 10^3 \text{ N}$$

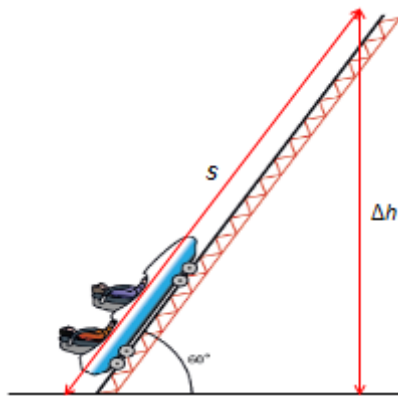
$$s = 84 \text{ m}$$

$$W_{\text{rol}} = -0,40 \cdot 10^3 \times 84$$

$$W_{\text{rol}} = -3,360 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } W_{\text{rol}} = -3,4 \cdot 10^4 \text{ J}$$

- b De arbeid die de zwaartekracht verricht, bereken je met de zwaartekracht en het hoogteverschil tussen begin en einde van de beweging.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.
Het hoogteverschil bereken je met de lengte van de helling en de hellingshoek. Zie figuur 8.1.



Figuur 8.1

$$\sin \alpha = \frac{\Delta h}{s}$$

$$s = 84 \text{ m}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\sin(60^\circ) = \frac{\Delta h}{84}$$

$$\Delta h = 72,7 \text{ m}$$

$$F_{zw} = m \cdot g$$

$$m = 250 + 8 \times 70 = 810 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$F_{zw} = 810 \times 9,81$$

$$F_{zw} = 7946,1 \text{ N}$$

$$W_{zw} = \pm F_{zw} \cdot \Delta h$$

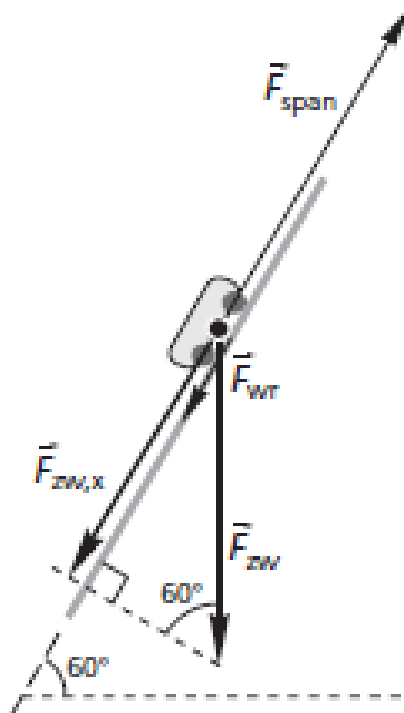
De arbeid is negatief want de kar gaat naar boven.

$$W_{zw} = -7946,1 \times 72,7$$

$$W_{zw} = -5,8 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } W_{zw} = -5,8 \cdot 10^5 \text{ J}$$

- c De kracht die de kabel op de kar uitoefent, is gelijk aan de som van de rolweerstandskracht en de component van de zwaartekracht langs de helling. De component van de zwaartekracht langs de helling bereken je met de zwaartekracht en de hellingshoek. Zie figuur 8.2.



Figuur 8.2

$$\sin(60^\circ) = \frac{F_{zw,x}}{F_{zw}}$$

$$\sin(60^\circ) = \frac{F_{zw,x}}{7946,1}$$

$$F_{zw,x} = 6881,5 \text{ N}$$

$$F_{\text{kabel}} = F_{zw,x} + F_{\text{rol}}$$

$$F_{\text{kabel}} = 6881,5 + 400$$

$$F_{\text{kabel}} = 7281,5 \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } F_{\text{kabel}} = 7,3 \cdot 10^3 \text{ N}$$

- d De arbeid die de trekkracht van de kabel verricht, bereken je met de grootte van de trekkracht en de verplaatsing.

$$W_{\text{kabel}} = F_{\text{kabel}} \cdot s \cdot \cos(\alpha)$$

$$\alpha = 0^\circ$$

$$W_{\text{kabel}} = 7,3 \cdot 10^3 \times 84 \times \cos(0^\circ)$$

$$W_{\text{kabel}} = 6,132 \cdot 10^5 \text{ J}$$

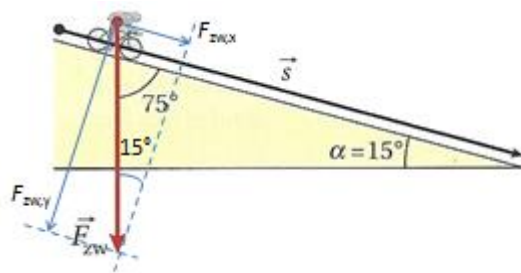
$$\text{Afgerond: } W_{\text{kabel}} = 6,1 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Opgave 3

- a In figuur 8.3 zijn de twee componenten van de zwaartekracht getekend. De hellingshoek van 15° zie je ook in het parallellogram terug. Uit de figuur volgt:

$$\sin(\alpha) = \frac{F_{zw,x}}{F_{zw}}$$

$$\text{Hieruit volgt } F_{zw,x} = F_{zw} \cdot \sin(\alpha)$$



Figuur 8.3

- b De arbeid die $F_{zw,x}$ verricht, bereken je met de grootte van $F_{zw,x}$ en de verplaatsing. De grootte van $F_{zw,x}$ bereken je met de formule die je bij vraag a hebt afgeleid. De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

$$F_{zw} = m \cdot g$$

$$m = 80 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$F_{zw} = 80 \times 9,81$$

$$F_{zw} = 784,8 \text{ N}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{F_{zw,x}}{F_{zw}}$$

$$\alpha = 15^\circ$$

$$\sin(15^\circ) = \frac{F_{zw,x}}{784,8}$$

$$F_{zw,x} = 203,1 \text{ N}$$

$$W_{zw,x} = F_{zw,x} \cdot s \cdot \cos(\alpha)$$

$$W_{zw,x} = 203,1 \times 60 \times \cos(0^\circ)$$

$$W_{zw,x} = 1,218 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } W_{zw,x} = 1,2 \cdot 10^4 \text{ J}$$

- c De arbeid die de zwaartekracht F_{zw} verricht, is gelijk aan de arbeid die de componenten van de zwaartekracht $F_{zw,x}$ en $F_{zw,y}$ samen verrichten. De arbeid die $F_{zw,y}$ verricht = 0 want de richting van de verplaatsing staat loodrecht op de richting van de kracht $F_{zw,y}$. Conclusie is dat $W_{F_{zw}}$ en $W_{F_{zw,x}}$ aan elkaar gelijk zijn.

Opgave 4

- a De arbeid die de zwaartekracht verricht, bereken je met de zwaartekracht en het hoogteverschil tussen begin en einde van de beweging.

$$W_{zw} = \pm F_{zw} \cdot \Delta h$$

De zwaartekracht is in alle gevallen even groot.

In figuur 8.9c is het hoogteverschil het kleinste.

In de situatie van figuur 8.9c verricht de zwaartekracht dus de minste arbeid.

- b De arbeid die de luchtweerstandskracht verricht, bereken je met de luchtweerstandskracht en de totaal afgelegde afstand.

$$W_{w,lucht} = -F_{w,lucht} \cdot s$$

De (gemiddelde) luchtweerstandskracht is in alle gevallen even groot.

In figuur 8.9d is de afgelegde afstand het kleinste.

In de situatie van figuur 8.9d is de arbeid verricht door de luchtweerstandskracht het kleinste.

Opgave 5

- a De arbeid die de schuifwrijvingskracht verricht, bereken je met de schuifwrijvingskracht en de verplaatsing.

$$W_{w,schuif} = -F_{w,schuif} \cdot s$$

$$F_{w,schuif} = 80 \text{ N}$$

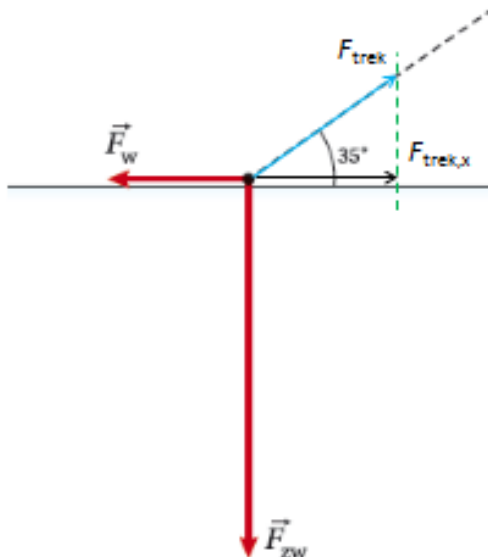
$$s = 5,0 \text{ m}$$

$$W_{w,schuif} = -80 \times 5,0$$

$$W_{w,schuif} = -4,00 \cdot 10^2 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } W_{w,schuif} = -4,0 \cdot 10^2 \text{ J}$$

- b Omdat de slee met constante snelheid beweegt, is de horizontale component van de trekkracht $F_{trek,x}$ even groot als de schuifwrijvingskracht. Zie figuur 8.4.



Figuur 8.4

Uit figuur 8.4 volgt :

$$\cos(35^\circ) = \frac{F_{trek,x}}{F_{trek}}$$

$$F_{trek,x} = 80 \text{ N}$$

$$\cos(35^\circ) = \frac{80}{F_{trek}}$$

$$F_{trek} = 97,6 \text{ N}$$

$$\text{Afgerond } F_{trek} = 98 \text{ N}$$

- c De arbeid die de trekkracht verricht, bereken je met de trekkracht en de verplaatsing.

$$W_{trek} = F_{trek} \cdot s \cdot \cos(\alpha)$$

$$F_{trek} = 98 \text{ N}$$

$$s = 5,0 \text{ m}$$

$$\alpha = 35^\circ$$

$$W_{trek} = 98 \times 5,0 \times \cos(35)$$

$$W_{trek} = 4,013 \cdot 10^2 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } W_{trek} = 4,0 \cdot 10^2 \text{ J}$$

- d De arbeid die de zwaartekracht verricht, bereken je met de zwaartekracht en de verplaatsing. De arbeid die de normaalkracht verricht, bereken je met de normaalkracht en de verplaatsing.

$$W_{zw} = F_{zw} \cdot s \cdot \cos(\alpha) \text{ en } W_n = F_n \cdot s \cdot \cos(\alpha)$$

In beide gevallen staat de verplaatsing s loodrecht op de kracht.

Hieruit volgt dat $\alpha = 90^\circ$.

Omdat $\cos(90) = 0$, is de arbeid in beide gevallen 0 J.

8.2 Energievormen

Opgave 6

- a De eenheid van E_{zw} leid je af met de eenheden van de andere grootheden in de formule voor de zwaarte-energie.

$$[E_{zw}] = [m] \cdot [g] \cdot [h]$$

$$[m] = \text{kg}$$

$$[g] = \text{m/s}^2 = \text{m s}^{-2}$$

$$[h] = \text{m}$$

$$[E_{zw}] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}$$

$$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = \text{N}. \text{ Zie BINAS tabel 4 bij kracht.}$$

$$[E_{zw}] = \text{Nm}$$

- b De eenheid van E_k leid je af met de eenheden van de andere grootheden in de formule voor de kinetische energie.

$$[E_k] = [m] \cdot [v^2] \text{ Een getal heeft geen eenheid.}$$

$$[m] = \text{kg}$$

$$[v^2] = (\text{m s}^{-1})^2 = \text{m}^2 \text{s}^{-2}$$

$$[E_k] = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}$$

$$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = \text{N}. \text{ Zie BINAS tabel 4 bij kracht.}$$

$$[E_k] = \text{Nm}$$

Opgave 7

- a Het verschil in zwaarte-energie bereken je met de zwaarte-energieën in het begin en einde.

$$\Delta E_{zw} = E_{zw,\text{einde}} - E_{zw,\text{begin}} = m \cdot g \cdot h_{\text{einde}} - m \cdot g \cdot h_{\text{begin}} = m \cdot g \cdot (h_{\text{einde}} - h_{\text{begin}}) = m \cdot g \cdot \Delta h$$

De hoogte bij punt O stel je op 0 m.

I $\Delta h = 0 - 13 = -13 \text{ m}$

$$\Delta E_{zw} = 58 \times 9,81 \times (-13)$$

$$\Delta E_{zw} = -7,39 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } -7,4 \cdot 10^3 \text{ J}$$

II $\Delta h = 0 - 0 = 0 \text{ m}$

$$\Delta E_{zw} = 58 \times 9,81 \times (0)$$

$$\Delta E_{zw} = 0 \text{ J}$$

III $\Delta h = 13,5 - 6,5 = 6,5 \text{ m}$

$$\Delta E_{zw} = 58 \times 9,81 \times (6,5)$$

$$\Delta E_{zw} = 3,69 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } 3,7 \cdot 10^3 \text{ J}$$

IV $\Delta h = 13,5 - 13,5 = 0 \text{ m}$

$$\Delta E_{zw} = 58 \times 9,81 \times (0)$$

$$\Delta E_{zw} = 0 \text{ J}$$

- b De arbeid die de zwaartekracht verricht, bereken je met de zwaartekracht en het hoogteverschil. tussen begin en einde van de beweging.

De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

De arbeid is positief als het eindpunt lager ligt dan het beginpunt, anders is de arbeid negatief.

$$W_{zw} = \pm F_{zw} \cdot \Delta h \text{ met } F_{zw} = m \cdot g$$

$$\text{Dus } W_{zw} = \pm 58 \times 9,81 \cdot \Delta h$$

I $\Delta h = 13 \text{ m}$

De arbeid is positief, want punt O ligt lager dan punt H.

$$W_{zw} = +58 \times 9,81 \times 13$$

$$W_{zw} = +7,396 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } W_{zw} = +7,4 \cdot 10^3 \text{ J}$$

II $\Delta h = 0 \text{ m}$

$$W_{zw} = 0 \text{ J}$$

III $\Delta h = 6,5 \text{ m}$

De arbeid is negatief want punt H ligt hoger dan punt R.

$$W_{zw} = -58 \times 9,81 \times 6,5$$

$$W_{zw} = -3,698 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } W_{zw} = -3,7 \cdot 10^3 \text{ J}$$

IV $\Delta h = 0 \text{ m}$

$$W_{zw} = 0 \text{ J}$$

- c Als het rad in tegengestelde richting draait, heeft de zwaartekracht dezelfde waarde. De begin- en eindhoogte liggen op dezelfde plaats. Het hoogteverschil Δh blijft ook in alle gevallen hetzelfde en het teken van de arbeid blijft ook hetzelfde. De antwoorden op vraag b blijven hetzelfde.

Opgave 8

Potentiële energie is energie die samenhangt met de plaats.

Kinetische energie is energie die samenhangt met de snelheid.

- a Bij het verplaatsen van de doos verandert de plaats van de doos. De snelheid na de verplaatsing is hetzelfde als ervoor.
Omdat de plaats verandert, verandert de potentiële energie.
Omdat de snelheid constant blijft, verandert de kinetische energie niet.
- b Bij het wegtrappen van de bal veranderen de plaats en de snelheid.
Omdat de plaats verandert, verandert de potentiële energie.
Omdat de snelheid verandert, verandert de kinetische energie.
- c Bij het verwarmen van water zet de stof uit. De watermoleculen bewegen (gemiddeld) op een grotere afstand van elkaar. Hierdoor verandert de plaats van de watermoleculen.
Bij het verwarmen neemt de snelheid van de watermoleculen toe.
Omdat de plaats verandert, verandert de potentiële energie.
Omdat de snelheid verandert, verandert de kinetische energie.

Opgave 9

- a De arbeid die de tegelzetter moet verrichten om de tegels te verplaatsen, bereken je met de spierkracht en de verplaatsing.
De spierkracht is gelijk aan de zwaartekracht, maar tegengesteld gericht.
De grootte van arbeid die de spierkracht van tegelzetter verricht, is dus gelijk aan de arbeid die de zwaartekracht verricht.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

$$W_{zw} = m \cdot g \cdot \Delta h$$

Δh is het hoogteverschil tussen de eerste verdieping en de begane grond.

Of de tegelzetter de dozen nu in twee keer (2×3 dozen) of in drie keer (3×2 dozen) naar boven brengt, maakt voor de totale massa van de dozen niet uit. De totale massa van de dozen is in beide gevallen hetzelfde. In beide gevallen is de te verrichten arbeid dus even groot.

- b De tegelzetter moet ook zichzelf omhoog brengen. Als hij drie keer omhooggaat, verricht zijn spierkracht meer arbeid dan als hij twee keer omhooggaat.

Opgave 10

- a De hoeveelheid energie die ontstaat bij het verbranden van benzine, bereken je met behulp van de stookwaarde.

$$E_{in} = r_V \cdot V$$

$$r_V = 33 \cdot 10^9 \text{ J m}^{-3} \text{ (Zie BINAS tabel 28B)}$$

$$V = 5,0 \text{ L} = 5,0 \text{ dm}^3 = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$E_{in} = 5,0 \cdot 10^{-3} \times 33 \cdot 10^9$$

$$E_{in} = 1,65 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } 1,7 \cdot 10^8 \text{ J}$$

- b De rest van deze energie warmt de motor en de verbrandingsgassen op.
- c De som van de weerstandskrachten is bij constante snelheid gelijk aan de motorkracht.
De motorkracht bereken je met de arbeid die de motorkracht verricht en de verplaatsing.

$$W_{\text{motor}} = F_{\text{motor}} \cdot s \cdot \cos \alpha$$

W_{motor} is 25% van energie die de benzine levert.

$$W_{\text{motor}} = 0,25 \times 1,65 \cdot 10^8 \text{ J} = 4,125 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$s = 100 \text{ km} = 100 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$\alpha = 0^\circ$$

$$4,125 \cdot 10^7 = F_{\text{motor}} \times 100 \cdot 10^3 \times 1$$

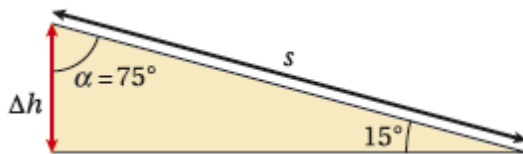
$$F_{\text{motor}} = 4,125 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$F_w = 4,125 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } 4,1 \cdot 10^2 \text{ N}$$

Opgave 11

- a De zwaarte-energie van Youella en haar fiets bereken je met de formule voor de zwaarte-energie. De hoogte bereken je met de hellingshoek en de lengte van de helling. Zie figuur 8.5.



Figuur 8.5

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{s}$$

$$\sin(5^\circ) = \frac{h}{100}$$

$$h = 8,72 \text{ m}$$

$$E_{zw} = m \cdot g \cdot h$$

$$m = 65 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$E_{zw} = 65 \times 9,81 \times 8,72$$

$$E_{zw} = 5,56 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } E_{zw} = 5,6 \cdot 10^3 \text{ J}$$

- b De kinetische energie bereken je met de formule voor de kinetische energie.

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$m = 65 \text{ kg}$$

$$v = 25 \text{ km/h} = 6,94 \text{ m/s (afstemmen eenheden)}$$

$$E_k = \frac{1}{2} \times 65 \times 6,94^2$$

$$E_k = 1,56 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } E_k = 1,6 \cdot 10^3 \text{ J}$$

- c De gemiddelde grootte van de weerstandskrachten bereken je met de arbeid verricht door de weerstandskrachten en de verplaatsing.

$$Q = F_w \cdot s$$

$$Q = 4,0 \text{ kJ} = 4,0 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$s = 100 \text{ m}$$

$$4,0 \cdot 10^3 = F_w \times 100$$

$$F_w = 40,0 \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } F_w = 40 \text{ N}$$

- d De kracht die nodig is om met een constante snelheid langs de helling omhoog te gaan (F_{trap}) bereken je met de component van de zwaartekracht langs de helling ($F_{zw,x}$) en de weerstandskrachten.

$F_{zw,x}$ bereken je met de zwaartekracht en de hellingshoek.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

$$\begin{aligned}F_{zw} &= m \cdot g \\m &= 65 \text{ kg} \\g &= 9,81 \text{ m/s}^2 \\F_{zw} &= 65 \times 9,81 \\F_{zw} &= 637,7 \text{ N}\end{aligned}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{F_{zw,x}}{F_{zw}}$$

$$\sin(5^\circ) = \frac{F_{zw,x}}{637,7}$$

$$F_{zw,x} = 55,6 \text{ N}$$

$$F_{\text{trap}} = F_w + F_{zw,x}$$

$$F_{\text{trap}} = 25 + 55,6$$

$$F_{\text{trap}} = 80,6 \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } F_{\text{trap}} = 81 \text{ N}$$

- e De chemische energie die Youella minstens moet gebruiken, is gelijk aan de arbeid die de trapkracht verricht bij het langs de helling omhoog gaan.
De arbeid die de trapkracht verricht, bereken je met de trapkracht en de verplaatsing.

$$W_{\text{trap}} = F_{\text{trap}} \cdot s$$

$$F_{\text{trap}} = 81 \text{ N}$$

$$s = 100 \text{ m}$$

$$W_{\text{trap}} = 81 \times 100$$

$$W_{\text{trap}} = 8,10 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } W_{\text{trap}} = 8,1 \cdot 10^3 \text{ J}$$

8.3 Arbeid en kinetische energie

Opgave 12

Zie tabel 8.2

	E_{zw}	E_{kin}	Q	W_{zw}	W_{wr}	E_{chem}
voorbeeld	-	+	+	+	-	nvt
a	-	+	+	+	-	nvt
b	+	-	nvt	-	nvt	nvt
c	nvt	0	+	nvt	-	-
d	-	0	+	+	-	nvt

Tabel 8.2

Opgave 13

Tijdens het slepen van de kist over de vloer, ondervindt de kist een weerstandskracht. Deze weerstandskracht verricht negatieve arbeid. Omdat deze negatieve arbeid even groot is als de positieve arbeid die de spierkracht verricht, blijft de snelheid constant.

Opgave 14

- a De kracht die de pompen moeten leveren, is gelijk aan de zwaartekracht op het water. De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht. De massa van het water bereken je met de dichtheid.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\rho = 0,9982 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3} \text{ (Zie BINAS tabel 11)}$$

$$V = 130 \text{ m}^3$$

$$m = 130 \times 0,9982 \cdot 10^3 = 129,76 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$F_{zw} = m \cdot g$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$F_{zw} = 129,76 \cdot 10^3 \times 9,81$$

$$F_{zw} = 1,273 \cdot 10^6 \text{ N}$$

$$F_{\text{pomp}} = F_{zw}$$

$$F_{\text{pomp}} = 1,273 \cdot 10^6 \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } F_{\text{pomp}} = 1,27 \cdot 10^6 \text{ N}$$

- b Het nuttig vermogen bereken je met de arbeid en de tijd waarin de verplaatsing plaatsvindt. De arbeid bereken je met de pompkracht en de verplaatsing.

$$W_{\text{pomp}} = F_{\text{pomp}} \cdot \Delta h \cdot \cos(\alpha)$$

$$F_{\text{pomp}} = 1,27 \cdot 10^6 \text{ N}$$

$$\Delta h = 6,0 \text{ m}$$

$$\alpha = 0^\circ$$

$$W_{\text{pomp}} = 1,27 \cdot 10^6 \times 6,0 \times \cos(0^\circ)$$

$$W_{\text{pomp}} = 7,620 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$P = \frac{W_{\text{pomp}}}{t}$$

$$t = 1 \text{ minuut} = 60 \text{ s (afstemmen eenheden)}$$

$$P = \frac{7,620 \cdot 10^6}{60}$$

$$P = 1,27 \cdot 10^5 \text{ W}$$

$$\text{Afgerond: } P = 1,3 \cdot 10^5 \text{ W}$$

Opgave 15

De frontale oppervlakte bereken je met de formule voor de luchtweerstandskracht.

De luchtweerstandskracht bereken je met de totale weerstandskracht en de rolweerstandskracht.

De totale weerstandskracht bereken je met het vermogen en de snelheid.

$$P = F_{w,totaal} \cdot v$$

$$P = 397 \text{ kW} = 397 \cdot 10^3 \text{ W (afstemmen eenheden)}$$

$$v = 315 \text{ km/h} = \frac{315}{3,6} = 87,5 \text{ m/s (afstemmen eenheden)}$$

$$397 \cdot 10^3 = F_{w,totaal} \cdot 87,5$$

$$F_{w,totaal} = 4,537 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$F_{w,totaal} = F_{w,lucht} + F_{w,rol}$$

$$F_{w,rol} = 0,80 \text{ kN} = 800 \text{ N (afstemmen eenheden)}$$

$$4,537 \cdot 10^3 = F_{w,lucht} + 800$$

$$F_{w,lucht} = 3,737 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$F_{w,lucht} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

$$c_w = 0,33$$

$$\rho = 1,293 \text{ kg/m}^3 \text{ (Zie BINAS tabel 12)}$$

$$3,737 \cdot 10^3 = \frac{1}{2} \times 0,33 \times 1,293 \times A \times (87,5)^2$$

$$A = 2,28 \text{ m}^2$$

$$\text{Afgerond: } A = 2,3 \text{ m}^2$$

Opgave 16

- a De arbeid die de krachten samen hebben verricht, bereken je met de arbeid die de zwaartekracht op Joep heeft verricht, de arbeid die de spierkracht van Maremca heeft verricht en de arbeid die de weerstandskrachten hebben verricht.

De arbeid die de zwaartekracht op Joep verricht, bereken je met de zwaartekracht en het hoogteverschil.

De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

$$F_{zw} = m \cdot g$$

$$m = 96 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$F_{zw} = 96 \times 9,81$$

$$F_{zw} = 941,8 \text{ N}$$

$$W_{zw} = \pm F_{zw} \cdot \Delta h$$

W_{zw} is positief want Joep beweegt omlaag.

$$\Delta h = 5,0 \text{ m}$$

$$W_{zw} = 941,8 \times 5,0$$

$$W_{zw} = 4,709 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\sum W = W_{zw} + W_{spier} + W_w$$

$$W_{spier} = 2,2 \text{ kJ} = 2,2 \cdot 10^3 \text{ J (afstemmen eenheden)}$$

$$W_w = -0,30 \text{ kJ} = -0,30 \cdot 10^3 \text{ J (afstemmen eenheden)}$$

$$\sum W = 4,709 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3 - 0,30 \cdot 10^3$$

$$\sum W = 6,60 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } \sum W = 6,6 \text{ kJ}$$

- b De snelheid van de kar aan het einde van de oversteek bereken je met de totale arbeid en het verschil in kinetische energie.

De kinetische energie bereken je met de massa en de snelheid van de verschillende onderdelen.

$$\Delta E_k = E_{k,\text{eind}} - E_{k,\text{begin}}$$

$$E_{k,\text{eind}} = \frac{1}{2} \cdot m_{\text{kar}} \cdot v_{\text{kar}}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{\text{joep,hor}} \cdot v_{\text{joep,hor}}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{\text{joep,ver}} \cdot v_{\text{joep,ver}}^2$$

$$v_{\text{kar}} = v_{\text{joep,hor}} = v$$

$$v_{\text{joep,ver}} = 0,25 \cdot v_{\text{joep,hor}} = 0,25 \cdot v$$

$$E_{k,\text{begin}} = 0 \text{ J (de beginsnelheid is 0 m/s)}$$

$$\sum W = \Delta E_k = E_{k,\text{eind}} - E_{k,\text{begin}}$$

$$\sum W = 6,6 \text{ kJ} = 6,6 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$6,6 \cdot 10^3 = \frac{1}{2} \times 106 \times v^2 + \frac{1}{2} \times 96 \times v^2 + \frac{1}{2} \times 96 \times (0,25 \cdot v)^2 - 0$$

$$v = 7,96 \text{ m/s}$$

$$\text{Afgerond: } v = 8,0 \text{ m/s}$$

Opgave 17

De gemiddelde wrijvingskracht bereken je met de som van de arbeid en het verschil in kinetische energie.

De arbeid die de wrijvingskracht verricht, bereken je met de wrijvingskracht en de verplaatsing.

De arbeid die de zwaartekracht verricht, bereken je met de zwaartekracht en het hoogteverschil.

De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

De kinetische energie bereken je met de massa en de snelheid.

$$\Delta E_k = E_{k,\text{eind}} - E_{k,\text{begin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2$$

$$m = 980 \text{ kg}$$

$$v_{\text{eind}} = \frac{80}{3,6} = 22,2 \text{ m/s (afstemmen eenheden)}$$

$$v_{\text{begin}} = \frac{120}{3,6} = 33,3 \text{ m/s (afstemmen eenheden)}$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} \times 980 \times (22,2)^2 - \frac{1}{2} \times 980 \times (33,3)^2$$

$$\Delta E_k = -3,01 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$F_{zw} = m \cdot g$$

$$m = 980 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$F_{zw} = 980 \times 9,81 = 9,613 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$W_{zw} = \pm F_{zw} \cdot \Delta h$$

De arbeid is positief want Frits gaat naar beneden.

Δh bereken je met behulp van figuur 8.6.



Figuur 8.6

$$\sin(\alpha) = \frac{\Delta h}{s}$$

$$s = 100 \text{ m}$$

$$\alpha = 10^\circ$$

$$\sin(10^\circ) = \frac{\Delta h}{100}$$

$$\Delta h = 17,36 \text{ m}$$

$$W_{zw} = 9,613 \cdot 10^3 \times 17,36$$

$$W_{zw} = 1,669 \cdot 10^5$$

$$W_w = -F_w \cdot s$$

$$s = 100 \text{ m}$$

$$\sum W = \Delta E_k$$

$$W_w + W_{zw} = \Delta E_k$$

$$-F_w \cdot 100 + 1,669 \cdot 10^5 = -3,01 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$F_w = 4,67 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } F_w = 4,7 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Opgave 18

- a De gemiddelde kracht die de jan-van-gent levert, bereken je met de tweede wet van Newton. De resulterende kracht is de som van de zwaartekracht en de gemiddelde kracht die de jan-van-gent levert. De versnelling bereken je met de toename van de snelheid en de tijd.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\Delta v = \frac{97,2}{3,6} = 27 \text{ m/s (afstemmen eenheden)}$$

$$\Delta t = 0,82 \text{ s}$$

$$a = \frac{27}{0,82}$$

$$a = 32,9 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{F}_{\text{res}} = F_{zw} + F_{\text{vogel}}$$

$$F_{zw} = m \cdot g$$

$$m = 2,8 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$F_{zw} = 2,8 \times 9,81 = 27,47 \text{ N}$$

$$F_{\text{res}} = m \cdot a$$

$$27,47 + F_{\text{vogel}} = 2,8 \times 32,9$$

$$F_{\text{vogel}} = 64,6 \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } F_{\text{vogel}} = 65 \text{ N}$$

- b De snelheid waarmee de jan-van-gent in het water terecht komt, bereken je met de wet van behoud van arbeid en kinetische energie.

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{begin}}^2$$

$$m = 2,8 \text{ kg}$$

$$v_{\text{begin}} = 27 \text{ m/s (Zie vraag a)}$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} \times 2,8 \times v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2} \times 2,8 \times (27)^2$$

$$\sum W = W_{zw} \text{ want alleen de zwaartekracht verricht arbeid.}$$

$$W_{zw} = \pm F_{zw} \cdot \Delta h$$

De arbeid is positief want de vogel gaat naar beneden.

$$\Delta h = 28 \text{ m}$$

$$F_{zw} = 27,47 \text{ N (Zie vraag a)}$$

$$W_{zw} = 27,47 \times 28 = 7,69 \cdot 10^2 \text{ J}$$

$$\sum W = \Delta E_k$$

$$7,69 \cdot 10^2 = \frac{1}{2} \times 2,8 \times v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2} \times 2,8 \times (27)^2$$

$$v_{\text{eind}} = 35,7 \text{ m/s}$$

$$\text{Afgerond: } v_{\text{eind}} = 36 \text{ m/s}$$

8.4 Wet van behoud van energie

Opgave 19

Bij beide sprongen geldt de wet van behoud van energie.

$$\sum E_{\text{in,A}} = \sum E_{\text{uit,B}} \quad \text{In situatie A zet Loes zich af.}$$

In situatie B gaat Loes over de lat.

$$E_{\text{k,A}} = E_{\text{zw,B}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = m \cdot g \cdot h_B$$

$$h_B = \frac{v_A^2}{2 \cdot g}$$

De beginsnelheid v_A is in beide gevallen gelijk. De hoogte h_B van het zwaartepunt is daarom ook in beide gevallen gelijk. Het zwaartepunt van Loes gaat in figuur 8.28b onder de lat door. Dan zal Loes op deze manier hoger kunnen springen.

Opgave 20

- a Het percentage dat is omgezet in warmte bereken je met de zwaarte-energie en de hoeveelheid ontstane warmte.
De hoeveelheid ontstane warmte bereken je met de zwaarte-energie en de kinetische energie.
De zwaarte-energie bereken je met de formule voor de zwaarte-energie.
De kinetische energie bereken je met de formule voor de kinetische energie.

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$v = 38 \text{ m/s}$ (Aflezen op $t = 5,1 \text{ s}$ in figuur 8.29 van het basisboek)

De massa m is niet gegeven.

$$E_{\text{zw}} = m \cdot g \cdot h$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$h = 110 \text{ m}$$

De massa m is niet gegeven.

$$Q = E_{\text{zw}} - E_k$$

$$\eta = \frac{Q}{E_{\text{zw}}} \times 100\%$$

$$\eta = \frac{E_{\text{zw}} - E_k}{E_{\text{zw}}} \times 100\%$$

$$\eta = \frac{m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{m \cdot g \cdot h} \times 100\% \quad (\text{In elke term boven en onder de deelstreep staat de massa } m.$$

Deze mag je dan wegstrepen.)

$$\eta = \frac{g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot v^2}{g \cdot h} \times 100\%$$

$$\eta = \frac{9,81 \times 110 - \frac{1}{2} \times 38^2}{9,81 \times 110} \times 100\%$$

$$\eta = 33,09 \%$$

Afgerond: $\eta = 33 \%$

- b De grafiek is de raaklijn in punt (0,0). (Omdat er geen luchtweerstand is, is de beweging een vrije val. De steilheid van de raaklijn is dan $9,81 \text{ m/s}^2$.)
De snelheid na 110 m zonder luchtweerstand bereken je met de wet van behoud van energie.

$$\sum E_{\text{in,A}} = \sum E_{\text{uit,B}} \quad \text{In situatie A bevindt de capsule zich boven in de valtoeren.}$$

In situatie B is de capsule onder in de valtoeren.

$$E_{zw,A} = E_{k,B}$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2$$

$$g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot v_B^2 \quad (\text{Na wegstrepen van } m)$$

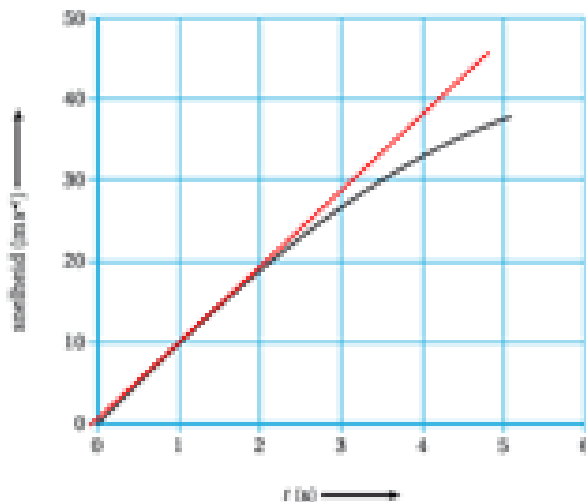
$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$h_A = 110 \text{ m}$$

$$9,81 \times 110 = \frac{1}{2} \cdot v_B^2$$

$$v_B = 46,5 \text{ m/s}$$

Teken een rechte lijn vanaf de oorsprong tot de snelheid (ongeveer) 46,5 is bereikt. Zie figuur 8.7.



Figuur 8.7

Opgave 21

- a De maximale hoogte van het kogeltje ten opzichte van de grond bereken je met de formule voor de zwaarte-energie in de eindsituatie.
De zwaarte-energie in de eindsituatie bereken je met de wet van behoud van energie.

$$\sum E_{in,A} = \sum E_{uit,B} \quad \text{In situatie A bevindt het kogeltje op het dak van de toren.}$$

In situatie B is het kogeltje in het hoogste punt van de beweging.

$$E_{k,A} + E_{zw,A} = E_{zw,B}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot h_B$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_A^2 + g \cdot h_A = g \cdot h_B \quad (\text{Na wegstrepen } m)$$

$$v_A = 22 \text{ m/s}$$

$$h_A = 35 \text{ m}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$\frac{1}{2} \times (22)^2 + 9,81 \times 35 = 9,81 \cdot h_B$$

$$h_B = 59,6 \text{ m}$$

$$\text{Afgerond; } h_B = 60 \text{ m}$$

- b De luchtweerstand wordt verwaarloosd. Tijdens de beweging is er geen warmteontwikkeling. Bij de verplaatsing van de kogel van 35 naar 60 m hoogte, wordt de kinetische energie omgezet in een toename van de zwaarte-energie. Bij de verplaatsing van 60 naar 35 m hoogte, gebeurt het omgekeerde. De snelheid zal weer 22 m/s zijn.

- c De energiebalans is:

$$\sum E_{\text{in,A}} = \sum E_{\text{uit,B}} \quad \text{In situatie A bevindt het kogeltje zich op het dak van de toren.}$$

In situatie B is het kogeltje in het hoogste punt van de beweging.

$$E_{k,A} + E_{zw,A} = E_{zw,B} + Q$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot h_B + Q$$

Een deel van de kinetische energie wordt nu omgezet in warmte. De toename van de zwaarte-energie is dus kleiner. De hoogte die het kogeltje bereikt, is dan kleiner.

- d De kogel valt vanaf een kleinere hoogte naar A terug. Ook wordt een deel van de zwaarte-energie omgezet in warmte. Beide factoren zorgen ervoor dat de snelheid in punt A lager zal zijn dan 22 m/s.

Opgave 22

- a De energievormen die een rol spelen, zijn: kinetische energie; zwaarte-energie; veerenergie, en warmte.
- b De hoogte van het zwaartepunt van de springer bereken je met de formule van de zwaarte-energie in het hoogste punt.
De zwaarte-energie in het hoogste punt bereken je met de wet van behoud van energie. Stel de zwaarte-energie van het zwaartepunt van de springer als deze zich op de grond bevindt gelijk aan 0.

$$\sum E_{\text{in,A}} = \sum E_{\text{uit,B}} \quad \text{Situatie A is vlak voor de afzet. De zwaartepunten van de atleet en van de}$$

stok bevinden zich dan 0,90 m boven de grond.

In situatie B heeft elk zwaartepunt zijn hoogste punt bereikt.

De hoogte van het zwaartepunt van de stok is in situatie B **niet** gelijk aan die van het zwaartepunt van de atleet.

$$E_{k,\text{atleet}} + E_{zw,\text{atleet}} + E_{k,\text{stok}} + E_{zw,\text{stok}} = E_{zw,\text{atleet}} + E_{zw,\text{stok}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_{\text{atleet}} \cdot v_{A,\text{atleet}}^2 + m \cdot g \cdot h_{A,\text{atleet}} + \frac{1}{2} \cdot m_{\text{stok}} \cdot v_{A,\text{stok}}^2 + m \cdot g \cdot h_{A,\text{stok}} = m_{\text{atleet}} \cdot g \cdot h_{B,\text{atleet}} + m_{\text{stok}} \cdot g \cdot h_{B,\text{stok}}$$

$$m_{\text{atleet}} = 80 \text{ kg}$$

$$m_{\text{stok}} = 2,3 \text{ kg}$$

$$v_{A,\text{atleet}} = v_{A,\text{stok}} = 8,8 \text{ m/s}$$

$$h_{A,\text{atleet}} = h_{A,\text{stok}} = 0,90 \text{ m}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$h_{B,\text{stok}} = 2,4 \text{ m (Het zwaartepunt van de stof bevindt zich in het midden van de stok)}$$

$$\frac{1}{2} \times 80 \times (8,8)^2 + 80 \times 9,81 \times 0,90 + \frac{1}{2} \times 2,3 \times (8,8)^2 + 2,3 \times 9,81 \times 0,90 = 80 \times 9,81 \cdot h_{B,\text{atleet}} + 2,3 \times 9,81 \times 2,4$$

$$h_{B,\text{atleet}} = 4,89 \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } h_{B,\text{atleet}} = 4,9 \text{ m.}$$

Opgave 23

- a De hellingshoek α bereken je met de hoogte en de lengte van de helling.
De lengte van de helling bereken je met de snelheid en de tijd.

$$s = v \cdot t$$

$$v = \frac{5,0}{3,6} = 1,388 \text{ m/s (Afstemmen eenheden)}$$

$$t = 51 \text{ s}$$

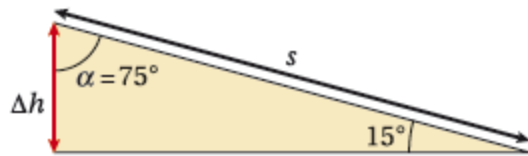
$$s = 1,388 \times 51 = 70,83 \text{ m}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{s} \quad (\text{Zie figuur 8.8})$$

$$\sin(\alpha) = \frac{46}{70,83}$$

$$\alpha = 40,49^\circ$$

$$\text{Afgerond: } \alpha = 40^\circ$$

**Figuur 8.8**

- b De hoeveelheid energie die je tijdens de afdaling omzet in warmte, bereken je met de wet van behoud van energie.

$$\sum E_{\text{in,A}} = \sum E_{\text{uit,B}}$$

In situatie A passeert de trein de top van de helling.

In situatie B is de trein onderaan de helling.

$$E_{\text{zw,A}} = E_{\text{k,B}} + Q$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + Q$$

$$m = 14 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$h_A = 46 \text{ m}$$

$$v_B = \frac{106}{3,6} = 29,44 \text{ m/s (Afstemmen eenheden)}$$

$$14 \cdot 10^3 \times 9,81 \times 46 = \frac{1}{2} \times 14 \cdot 10^3 \times (29,44)^2 + Q$$

$$Q = 2,5 \cdot 10^5 \text{ J}$$

- c De gemiddelde weerstandskracht bereken je met de lengte van de helling en de hoeveelheid warmte die is ontstaan.

$$Q = F_w \cdot s$$

$$Q = 2,5 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$s = 49 \text{ m}$$

$$2,5 \cdot 10^5 = F_w \times 49$$

$$F_w = 5,10 \cdot 10^3 \text{ N}$$

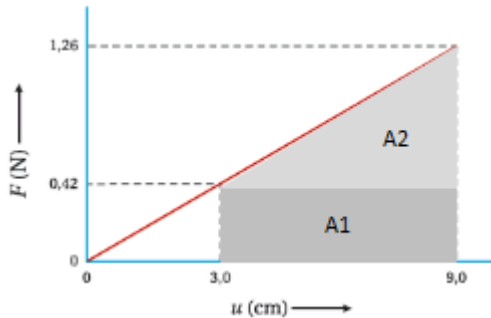
$$\text{Afgerond: } F_w = 5,1 \cdot 10^3 \text{ N}$$

8.5 Veerenergie en gravitatie-energie

Opgave 24

- a De arbeid die de trekkracht verricht, volgt uit de oppervlakte onder de (F, u) -grafiek tussen $u = 3,0$ cm en $9,0$ cm.

Zie figuur 8.9.



Figuur 8.9

$$W_{\text{trek}} = A1 + A2$$

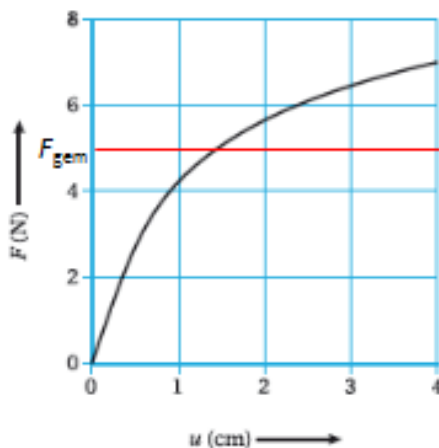
$$W_{\text{trek}} = 0,42 \times (9,0 - 3,0) \cdot 10^{-2} + 0,5 \times (1,26 - 0,42) \times (9,0 - 3,0) \cdot 10^{-2}$$

$$W_{\text{trek}} = 5,04 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } W_{\text{trek}} = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

- b De arbeid die de trekkracht verricht, volgt uit de oppervlakte onder de (F, u) -grafiek. De oppervlakte is gelijk aan de oppervlakte onder de lijn F_{gem} .

Zie figuur 8.10.



Figuur 8.10

$$W_{\text{trek}} = F_{\text{gem}} \cdot s$$

$$F_{\text{gem}} = 5,0 \text{ N}$$

$$s = 4,0 \text{ cm} = 4,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$W_{\text{trek}} = 5,0 \times 4,0 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

$$W_{\text{trek}} = 0,20 \text{ J}$$

Opgave 25

- a De gravitatie-energie bereken je met de formule voor de gravitatie-energie (t.o.v. oneindig). De baanstraal van het ISS bereken je met de straal van de aarde en de hoogte van het ISS boven het aardoppervlak.

$$r = R_{\text{aarde}} + h$$

$$R_{\text{aarde}} = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m} \quad (\text{Zie BINAS tabel 31})$$

$$h = 342 \text{ km} = 342 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$r = 6,371 \cdot 10^6 + 342 \cdot 10^3 = 6,713 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$E_g = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r}$$

$$G = 6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \quad (\text{Zie BINAS tabel 7})$$

$$m = 2,46 \cdot 10^5 \text{ kg}$$

$$M = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad (\text{Zie BINAS tabel 31})$$

$$E_g = -6,67384 \cdot 10^{-11} \times \frac{2,46 \cdot 10^5 \times 5,972 \cdot 10^{24}}{6,713 \cdot 10^6}$$

$$E_g = -1,460 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } E_g = -1,46 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

- b Als de baanstraal van het ISS kleiner wordt, dan volgt uit de formule voor de gravitatie-energie dat de gravitatie-energie een grotere negatieve waarde krijgt. Wordt de gravitatie-energie meer negatief dan neemt de gravitatie-energie dus af.
- c Als de baanstraal van het ISS kleiner wordt, dan verplaatst het ISS zich in de richting van het aardoppervlak. De richting van de gravitatiekracht en de richting van de verplaatsing zijn hetzelfde. De gravitatiekracht verricht dus positieve arbeid. Verricht een kracht positieve arbeid, dan neemt de erbij behorende energie af. De gravitatie-energie neemt dus af.

Opgave 26

- a De ontsnappingsnelheid bereken je met $v = \sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{R_{\text{aarde}}}}$

$$G = 6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \quad (\text{Zie BINAS tabel 7})$$

$$M_{\text{aarde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad (\text{Zie BINAS tabel 31})$$

$$R_{\text{aarde}} = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m} \quad (\text{Zie BINAS tabel 31})$$

$$v = \sqrt{2 \times 6,67384 \cdot 10^{-11} \times \frac{5,972 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^6}}$$

$$v = 1,11855 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

$$\text{Afgerond: } v = 1,119 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

- b De straal van de ster bereken je met de massa van de ster en de ontsnappingsnelheid op de ster.

De massa van de ster bereken je met de massa van de zon.

$$M_{\text{ster}} = 3M_{\text{zon}}$$

$$M_{\text{zon}} = 1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad (\text{Zie BINAS tabel 32C})$$

$$M_{\text{ster}} = 3 \times 1,9884 \cdot 10^{30} = 5,9652 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{M_{\text{ster}}}{R_{\text{ster}}}}$$

$$v = c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (\text{Zie BINAS tabel 7})$$

$$2,99792458 \cdot 10^8 = \sqrt{2 \times 6,67384 \cdot 10^{-11} \times \frac{5,9652 \cdot 10^{30}}{R_{\text{ster}}}}$$

$$R_{\text{ster}} = 8,85909 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } R_{\text{ster}} = 8,8591 \cdot 10^3 \text{ m}$$

Opgave 27

- a De arbeid die de gravitatiekracht verricht, bereken je uit de gravitatie-energie van de satelliet op de aarde en de gravitatie-energie op $35,8 \cdot 10^3 \text{ km}$ hoogte. De gravitatie-energie bereken je met de massa van de aarde en de baanstraal van de satelliet. De baanstraal in de geostationaire baan bereken je met de straal van de aarde en de hoogte boven het aardoppervlak.

In de geostationaire baan:

$$r = R_{\text{aarde}} + h$$

$$R_{\text{aarde}} = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m} \quad (\text{Zie BINAS tabel 31})$$

$$h = 35,8 \cdot 10^3 \text{ km} = 35,8 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$r = 6,371 \cdot 10^6 + 35,8 \cdot 10^6 = 4,2171 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$E_g = -G \cdot \frac{m_{\text{satelliet}} \cdot M_{\text{aarde}}}{r}$$

$$G = 6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \quad (\text{Zie BINAS tabel 7})$$

$$m_{\text{satelliet}} = 3,90 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$M_{\text{aarde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad (\text{Zie BINAS tabel 31})$$

$$r = 4,2171 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$E_{g,\text{geo}} = -6,67384 \cdot 10^{-11} \times \frac{3,90 \cdot 10^3 \times 5,972 \cdot 10^{24}}{4,2171 \cdot 10^7}$$

$$E_{g,\text{geo}} = -3,6859 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

Op aarde:

$$r = R_{\text{aarde}} = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$E_{g,\text{aarde}} = -6,67384 \cdot 10^{-11} \times \frac{3,90 \cdot 10^3 \times 5,972 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^6}$$

$$E_{g,\text{aarde}} = -2,4397 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

$$\Delta E_g = E_{\text{geo}} - E_{\text{aarde}}$$

$$\Delta E_g = -3,6859 \cdot 10^{10} - (-2,4397 \cdot 10^{11})$$

$$\Delta E_g = 2,0712 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

$$W_g = -\Delta E_g \quad (\text{Positieve arbeid leidt tot afname van de erbij behorende energie})$$

$$W_g = -2,07 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

- b De toename van de kinetische energie bereken je met de kinetische energie van de raket op de aarde en in de geostationaire baan.

De kinetische energie bereken je met de massa en de baansnelheid.

De baansnelheid bereken je met de baanstraal en de omlooptijd.

$$v_{\text{baan}} = \frac{2\pi r}{T}$$

Op aarde:

$$r = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$T = 24 \times 3600 = 86400 \text{ s}$$

$$v_{\text{baan,aarde}} = \frac{2\pi \times 6,371 \cdot 10^6}{86400}$$

$$v_{\text{baan,aarde}} = 4,6331 \cdot 10^2 \text{ m/s}$$

In de geostationaire baan:

$$r = 6,371 \cdot 10^6 + 35,8 \cdot 10^6 = 42,171 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$v_{\text{baan,geostationair}} = \frac{2\pi \times 42,171 \cdot 10^6}{86400}$$

$$v_{\text{baan,geostationair}} = 3,0667 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$m = 3,90 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

Op aarde:

$$E_{k,\text{aarde}} = \frac{1}{2} \times 3,90 \cdot 10^3 \times (4,6331 \cdot 10^2)^2$$

$$E_{k,\text{aarde}} = 4,1857 \cdot 10^8 \text{ J}$$

In de geostationaire baan:

$$E_{k,geo} = \frac{1}{2} \times 3,90 \cdot 10^3 \times (3,0667 \cdot 10^3)^2$$

$$E_{k,geo} = 1,8339 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

$$\Delta E_k = E_{k,geo} - E_{k,aarde}$$

$$\Delta E_k = 1,8339 \cdot 10^{10} - 4,1857 \cdot 10^8$$

$$\Delta E_k = 1,79 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

- c De arbeid die de motorkracht heeft verricht, bereken je met de wet van arbeid en kinetische energie.

$$\sum W = \Delta E_k$$

$$W_m + W_G = \Delta E_k$$

$$W_G = -2,07 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

$$\Delta E_k = 1,79 \cdot 10^{10}$$

$$W_m - 2,07 \cdot 10^{11} = 1,79 \cdot 10^{10}$$

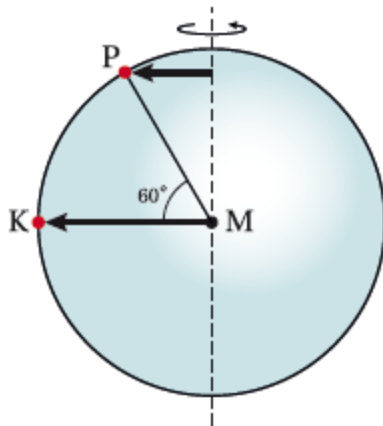
$$W_m = 2,249 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } W_m = 2,25 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

- d Bij de berekening van het antwoord op vraag c is geen rekening gehouden met weerstandskrachten.
De satelliet wordt niet in een rechte baan omhoog geschoten, maar volgt een kromme baan.
De verplaatsing is groter en dus de arbeid ook.
- e De arbeid die de motorkracht verricht, bereken je met de arbeid door de motorkracht en de toename van de kinetische energie als de raket in de geostationaire baan is.

$$W_m + W_G = \Delta E_k$$

Cape Canaveral ligt verder van de evenaar af. De baanstraal van de raket is daar kleiner. Dit vergelijkbaar met de plaatsen K en P in figuur 8.11.



Figuur 8.11

Dus de kinetische energie van de raket op Cape Canaveral is kleiner dan die in Frans Guyana. De toename van de kinetische energie is voor de raket vanaf Cape Canaveral groter.

De straal van de aarde is in Cape Canaveral even groot als die in Frans Guyana.

De arbeid die de gravitatiekracht verricht is dus bij een lancering vanaf Cape Canaveral even groot als vanaf Frans Guyana.

Dus de motorkracht moet meer arbeid verrichten bij een lancering van Cape Canaveral in vergelijking met de lancering vanaf Frans Guyana.

8.6 Afsluiting

Opgave 28

- a De gemiddelde snelheid bereken je met de verplaatsing en de tijd.

$$v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\Delta x = 3021 \text{ km}$$

$$\Delta t = 29 \text{ uur en } 11 \text{ min} = 29 + 29 + \frac{11}{60} = 29,18 \text{ uur (Afstemmen eenheden)}$$

$$v_{\text{gem}} = \frac{3021}{29,18}$$

$$v = 1,0351 \cdot 10^2 \text{ km/u}$$

$$\text{Afgerond: } v_{\text{gem}} = 1,035 \cdot 10^2 \text{ km/h}$$

- b Voorbeelden van goede antwoorden zijn:

De kleine massa van de wagen / kleine rolweerstandskracht op de wagen.

De kleine luchtweerstandskracht op de wagen / goede stroomlijn.

De zo groot mogelijke oppervlakte van de zonnepanelen.

Een hoog rendement van de zonnepanelen.

Een hoog rendement van de motor.

- c Als de snelheid constant is, dan volgt uit de 1^e wet van Newton dat de resulterende krachten op de wagen 0 N zijn. Op de auto werken de luchtweerstandskracht en de motorkracht. Deze zijn even groot maar tegengesteld gericht. Je mag aannemen dat de rolweerstandskracht ten opzichte van de luchtweerstandskracht te verwaarlozen is.

- d De oppervlakte van de zonnecellen bereken je met het benodigde vermogen en het geleverde vermogen per m².

Het benodigde vermogen bereken je met de luchtweerstandskracht en de snelheid.

De luchtweerstandskracht bereken je met de gegeven formule voor de luchtweerstandskracht.

Het geleverde vermogen per m² bereken je met het vermogen per m² en het rendement van de zonnecellen.

$$\eta = \frac{P_{\text{Nuna per m}^2}}{P_{\text{zon per m}^2}} \cdot 100\% \quad (\text{Dit geldt voor } 1 \text{ m}^2 \text{ zonnepaneel})$$

$$\eta = 26\%$$

$$P_{\text{zon per m}^2} = 1 \text{ kW}$$

$$P_{\text{Nuna per m}^2} = 0,26 \text{ kW}$$

$$F_{\text{w,lucht}} = 0,058 \cdot v^2$$

$$v = 100 \text{ km/h} = \frac{100}{3,6} = 27,77 \text{ m/s (Afstemmen eenheden)}$$

$$F = 0,058 \times 27,77^2 = 44,75 \text{ N}$$

$$P_{\text{Nuna, nodig}} = F_{\text{w,lucht}} \cdot v$$

$$P_{\text{Nuna, nodig}} = 44,75 \times 27,77$$

$$P_{\text{Nuna, nodig}} = 1,242 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$1 \text{ m}^2 \text{ zonnecel op de Nuna levert } 0,26 \text{ kW} = 0,26 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$\text{De oppervlakte van de zonnecellen is gelijk aan } \frac{P_{\text{Nuna, nodig}}}{P_{\text{Nuna per m}^2}} = \frac{1,242 \cdot 10^3}{0,26 \cdot 10^3} = 4,779 \text{ m}^2.$$

Je hebt dus afgerond 4,8 m² aan zonnecellen nodig.

- e De totale energie die de elektromotor krijgt, hangt af van de energie van de accu en de energie van de zonnecellen.

De energie die de zonnecellen leveren, hangt af van het vermogen en de tijd die Nuna over het traject doet.

De tijd hangt af van de afstand en de snelheid.

$$s = v \cdot t$$

$$s = 500 \text{ km} = 500 \cdot 10^3 \text{ m (Afstemmen eenheden)}$$

$$t = \frac{500 \cdot 10^3}{v}$$

$$E_{\text{zonnecellen}} = P_{\text{zonnecellen}} \cdot t$$

$$P_{\text{zonnecellen}} = 490 \text{ W}$$

$$E_{\text{zonnecellen}} = 490 \times \frac{500 \cdot 10^3}{v}$$

$$E_{\text{zonnecellen}} = \frac{2,45 \cdot 10^8}{v}$$

$$E_{\text{accu}} = 5,0 \text{ kWh} = 5,0 \times 3,6 \cdot 10^6 = 1,8 \cdot 10^7 \text{ J (Afstemmen eenheden)}$$

$$E_{\text{el}} = E_{\text{accu}} + E_{\text{zonnecellen}}$$

$$E_{\text{el}} = 1,8 \cdot 10^7 + \frac{2,45 \cdot 10^8}{v}$$

- f Als de accu net leeg is, dan is de energie die de elektromotor omzet gelijk aan de arbeid die de motorkracht levert.
De energie die de elektromotor omzet, bereken je met de formule uit vraag e en de snelheid.
De arbeid die de motorkracht levert, bereken je met de motorkracht en de verplaatsing.
De motorkracht bereken je met de luchtweerstandskracht.

$$F_{w,\text{lucht}} = 0,058 \cdot v^2$$

$$v = 30 \text{ m/s}$$

$$F_{w,\text{lucht}} = 0,058 \times 30^2$$

$$F_w = 52,2 \text{ N}$$

$$W_{\text{motor}} = F_{\text{motor}} \cdot s$$

$$F_{\text{motor}} = F_{w,\text{lucht}} \quad (\text{want de Nuna rijdt met constante snelheid})$$

$$s = 500 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$W = 52,2 \times 500 \cdot 10^3$$

$$W = 2,610 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } W = 2,6 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$E_{\text{el}} = 1,8 \cdot 10^7 + \frac{2,45 \cdot 10^8}{v}$$

$$v = 30 \text{ m/s}$$

$$E_{\text{el}} = 1,8 \cdot 10^7 + \frac{2,45 \cdot 10^8}{30}$$

$$E_{\text{el}} = 2,616 \cdot 10^7 \text{ J}$$

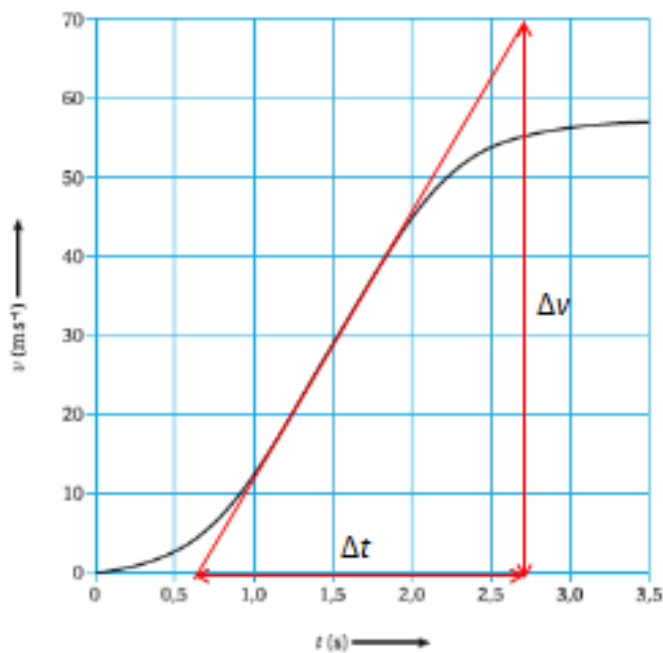
$$\text{Afgerond: } E_{\text{el}} = 2,6 \cdot 10^7 \text{ J}$$

Dus de energie die de elektromotor omzet, is gelijk aan de arbeid die de motorkracht levert.
De snelheid klopt.

Opgave 29

- a De maximale versnelling uitgedrukt in de valversnelling g bereken je met de waarde van g .
De maximale versnelling volgt uit de steilheid van de raaklijn op het steilste stuk van de (v, t) -
grafiek.

Zie figuur 8.12.



Figuur 8.12

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{70,0 - 0,0}{2,7 - 0,6}$$

$$a = 33,3 \text{ m/s}^2$$

Uitgedrukt in de valversnelling g volgt uit:

$$a = \frac{33,3}{9,81}$$

$$a = 3,39 \text{ g}$$

Afgerond: $3,4 \text{ g}$

- b Het gemiddelde vermogen dat de elektromotor minimaal moet leveren, bereken je met het verschil in kinetische energie en de tijd.
Het verschil in kinetische energie bereken je met de massa en de snelheid.

$$\Delta E_k = E_{k,\text{eind}} - E_{k,\text{begin}} = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{begin}}^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{eind}}^2$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{eind}}^2 \text{ want de snelheid bij de start is } 0 \text{ m/s.}$$

$$m = 3,1 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$v_{\text{eind}} = 57 \text{ m/s (Aflezen in figuur 8.41 van het basisboek)}$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} \times 3,1 \cdot 10^3 \times 57^2$$

$$\Delta E_k = 5,035 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$P_{\text{gem}} = \frac{\Delta E_k}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 3,5 \text{ s}$$

$$P_{\text{gem}} = \frac{5,035 \cdot 10^6}{3,5}$$

$$P_{\text{gem}} = 1,43 \cdot 10^6 \text{ W}$$

Afgerond: $P_{\text{gem}} = 1,4 \cdot 10^6 \text{ W}$

- c Het maximale percentage van de bewegingsenergie dat omgezet mag worden in warmte bereken je met de zwaarte-energie en de kinetische energie.

De zwaarte-energie van het treintje op een hoogte van 139 m bereken je met de massa en de hoogte.

$$E_{zw} = m \cdot g \cdot h$$

$$m = 3,1 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$h = 139 \text{ m}$$

$$E_{zw} = 3,1 \cdot 10^3 \times 9,81 \times 139$$

$$E_{zw} = 4,227 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$E_k = 5,035 \cdot 10^6 \text{ J} \quad (\text{Zie vraag 29b})$$

Er mag maximaal ($E_k - E_{zw}$) aan warmte ontstaan. Dan is er precies genoeg energie over om de top te bereiken.

Er mag maximaal $\frac{E_k - E_{zw}}{E_k} \cdot 100\%$ aan warmte ontstaan.

$$\text{Dit is } \frac{5,035 \cdot 10^6 - 4,227 \cdot 10^6}{5,035 \cdot 10^6} \cdot 100\% = 16,0\%$$

Afgerond: 16%